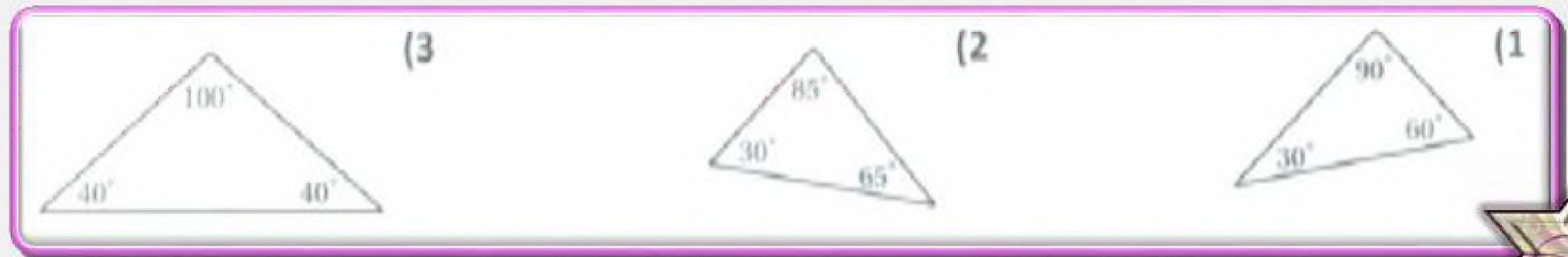


## الفصل الثالث ٣-١ تصنيف المثلثات

### Classifying Triangles

صنف كلا من المثلثات الآتية إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية:



في المثلث زاوية  
قياسها  $90^\circ$

إذا المثلث قائم الزاوية



جميع زوايا المثلث  
أقل من  $90^\circ$

إذا المثلث حاد الزوايا

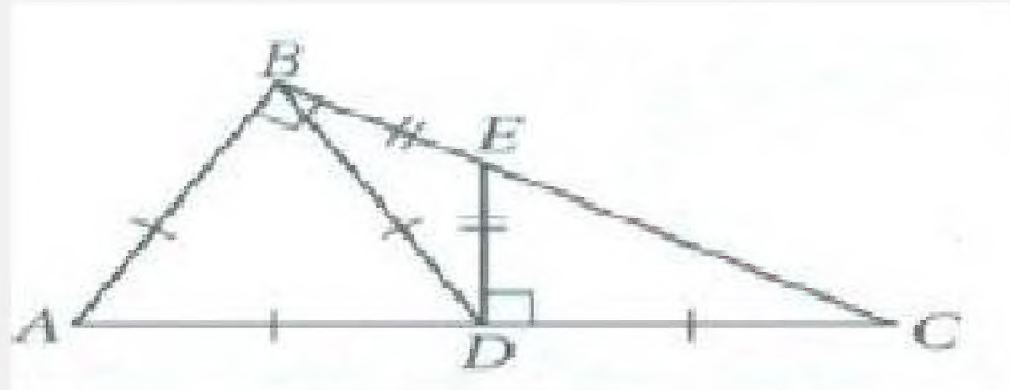


في المثلث زاوية  
قياسها أكبر من  $90^\circ$

إذا المثلث منفرج الزاوية



## صنف كلا من المثلثات الظاهرة في الشكل المجاور وفقاً لزاويها ولأضلاعها:



$\triangle ABC$  (5)

$\triangle ABD$  (4)

$\triangle BDC$  (7)

$\triangle EDC$  (6)



في المثلث زاوية قياسها  $90^\circ$   
وأطوال أضلاعه مختلفة



جميع زواياه أقل من  $90^\circ$   
وجميع أضلاعه مساوية



إذا المثلث قائم الزاوية،  
ومختلف الأضلاع

إذا المثلث متطابق الزوايا،  
ومتطابق الأضلاع

في المثلث زاوية قياسها أكبر  
من  $90^\circ$  وضلعين متطابقين



في المثلث زاوية قياسها  $90^\circ$   
وأطوال أضلاعه مختلفة



إذا المثلث منفرج الزاوية،  
ومتطابق الضلعين

إذا المثلث قائم الزاوية،  
ومختلف الأضلاع



جبر: في كل من المثلثين الآتيين أوجد قيمة  $x$  وطول كل ضلع:

(8)  $\triangle FGH$  متطابق الأضلاع، فيه:  $FG = x + 5$ ,  $GH = 3x - 9$ ,  $FH = 2x - 2$



المثلث متطابق الأضلاع



$$FG = GH$$

$$x + 5 = 3x - 9$$

$$3x - 2 = 2x + 1$$

$$x = 7$$

$$FG = 7 + 5 = 12$$

$$GH = 3 \times 7 - 9 = 12$$

$$FH = 2 \times 7 - 2 = 12$$



**جبر: في كل من المثلثين الآتيين أوجد قيمة  $x$  وطول كل ضلع:**

(9)  $\triangle LMN$  متطابق الضلعين، فيه:  $LM = LN$ ,  $LM = 3x - 2$ ,  $LN = 2x + 1$ ,  $MN = 5x - 2$



**المثلث متطابق الضلعين**



$$LM = LN$$

$$3x - 2 = 2x + 1$$

$$3x - 2x = 2 + 1$$

$$x = 3$$

$$LM = 3 \times 3 - 2 = 7$$

$$LN = 2 \times 3 + 1 = 7$$

$$MN = 5 \times 3 - 2 = 13$$



أوجد أطول أضلاع  $\Delta KPL$  في كل مما يأتي، وصنفه وفقاً لأضلاعه:

$$K(-3, 2), P(2, 1), L(-2, -3) \quad (10)$$

$$K(5, -3), P(3, 4), L(-1, 1) \quad (11)$$

$$K(-2, -6), P(-4, 0), L(3, -1) \quad (12)$$

الحل

$$KP = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$



$$KP = \sqrt{53}$$



$$KP = \sqrt{26}$$



$$PL = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$PL = \sqrt{25} = 5$$

$$PL = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$LK = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$LK = 2\sqrt{13}$$

$$LK = \sqrt{26}$$

المثلث متطابق الضلعين

مختلف الأضلاع

المثلث متطابق الضلعين



(١٣) تصميم: شارك عبد الله في مسابقة لتصميم شعار لجمعية الحفاظ على الحياة البرية فقدم الشعار المجاور. حدد عدد الزوايا القائمة فيه باستعمال المنقلة.

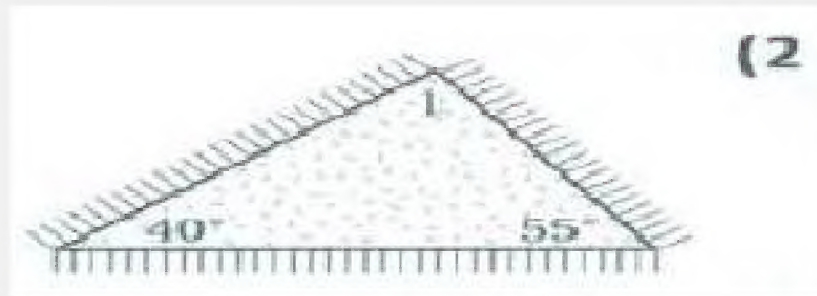


عدد الزوايا القائمة = 3 زوايا



# ٢-٣ زوايا المثلث Angles of Triangles

أوجد قياس كل زاوية مرقمة في الشكلين الآتيين:



$$m \angle 1 + 40 + 55 = 180$$

مجموع زوايا المثلث

$$m = 85^\circ$$



$$m \angle 2 = 90^\circ$$

$$m \angle 1 + m \angle 2 + 72 = 180$$

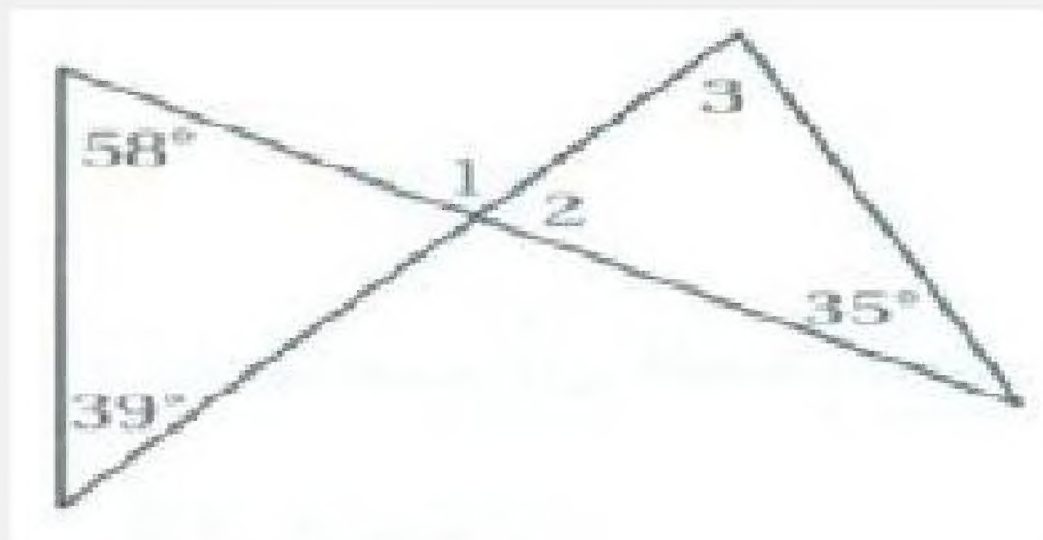
مجموع زوايا المثلث

$$m \angle 1 = 18^\circ$$





## أوجد قياس كل من الزاوية الآتية:



$$m\angle 1 \quad (3)$$

$$m\angle 2 \quad (4)$$

$$m\angle 3 \quad (5)$$



**62°**



**83°**

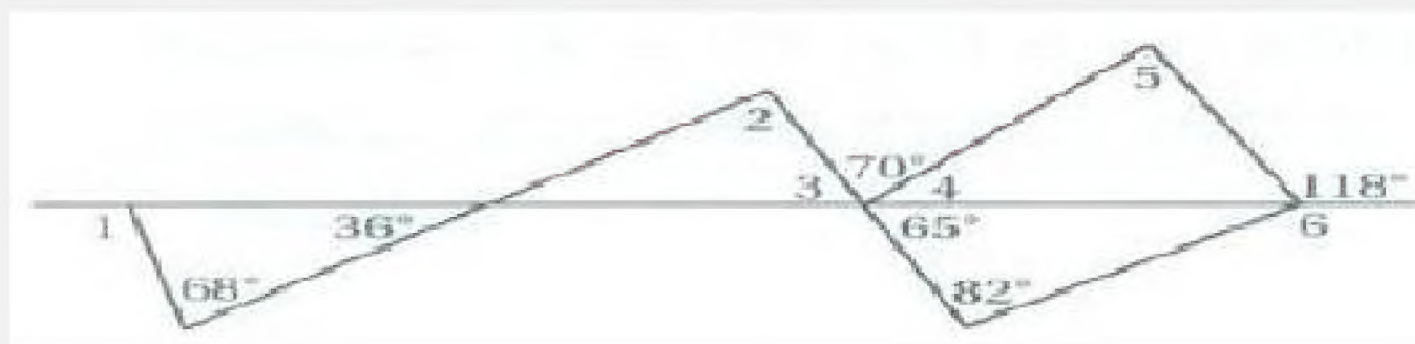


**97°**





## أوجد قياس كل من الزاويآ الآتية:



$m\angle 5$  (10

$m\angle 6$  (11

$m\angle 3$  (8

$m\angle 2$  (9

$m\angle 1$  (6

$m\angle 4$  (7



65°



45°



104°



147°



73°

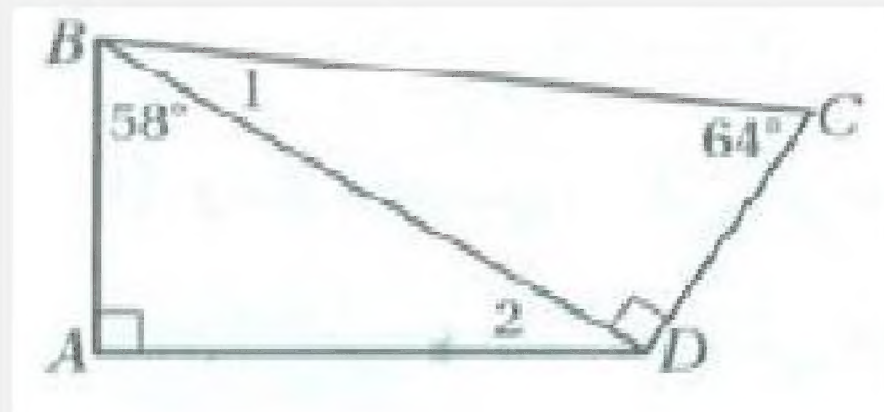


79°





أوجد قياس كل من الزاويتين الآتيتين:



$m\angle 1$  (12

$m\angle 2$  (13



**26°**

12

**32°**

13



(١٤) إنشاءات هندسية : يبين الشكل المجاور جزءاً من دعامة  
تستعمل في بناء الجسور،  
أوجد  $m \angle 1$ .



$$m \angle 1 + 90 = 145$$

$$55^\circ$$



## الفصل الثالث

### ٣-٣ المثلثات المتطابقة

### Congruent Triangles

في كل من السؤالين الآتيين، بين أن المثلثين متطابقان بتعيين جميع العناصر المتناظرة المتطابقة، ثم اكتب عبارة التطابق:



(2)



(1)



$$\overline{ML} \cong \overline{PQ}, \overline{MN} \cong \overline{PN}, \overline{NQ} \cong \overline{NL}$$

$$\angle L \cong \angle Q, \angle M \cong \angle P, \angle MNL \cong \angle PNQ$$

$$\triangle LMN \cong \triangle QPN$$

2

$$\overline{BC} \cong \overline{RS}, \overline{BA} \cong \overline{RD}, \overline{DS} \cong \overline{AC}$$

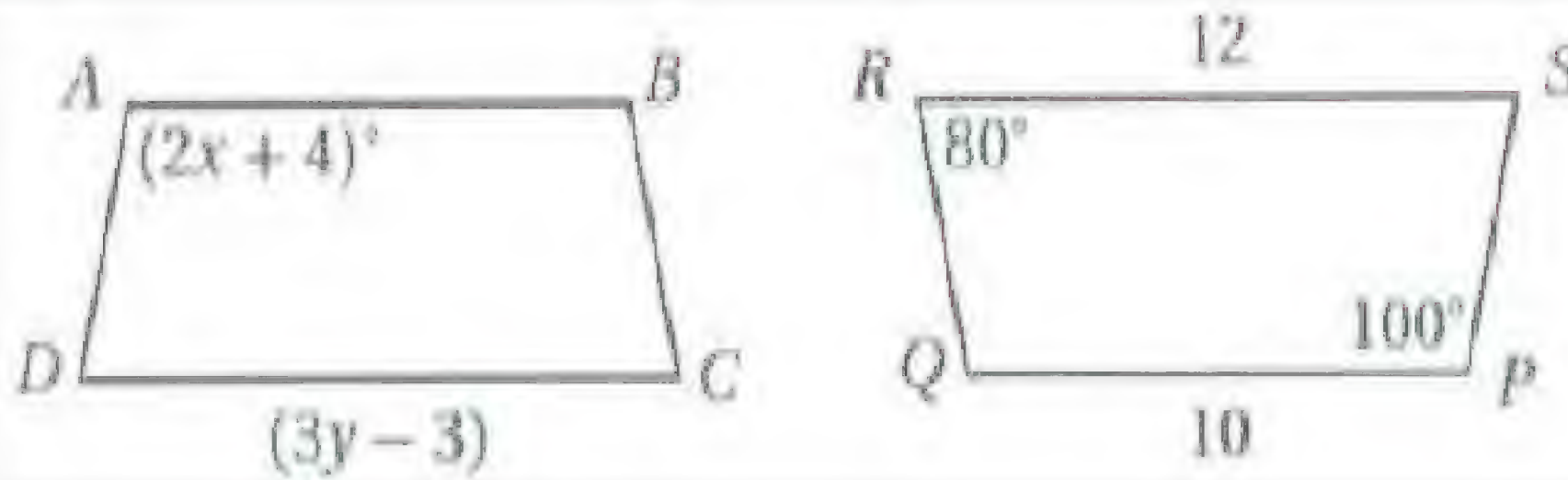
$$\angle B \cong \angle R, \angle A \cong \angle D, \angle C \cong \angle S$$

$$\triangle BAC \cong \triangle RDS$$

1



إذا علمت أن المضلع ABCD  $\equiv$  المضلع PQRS فأوجد



(3) قيمة  $x$ .

(4) قيمة  $y$ .



$$3y - 3 = 12$$

4

$$2x + 4 = 100$$

3

$$3y = 15$$
$$y = 5$$

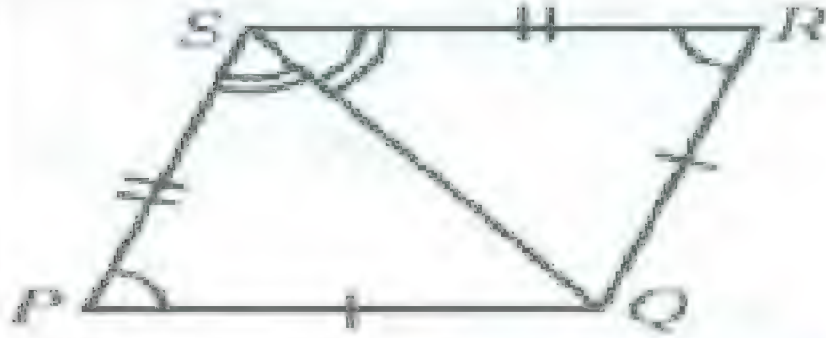
$$2x = 96$$

$$x = 48$$



## (5) برهان: اكتب براهاناً ذا عمودين.

المعطيات:  $\angle P \cong \angle R$ ,  $\angle PSQ \cong \angle RSQ$ ,  $\overline{PQ} \cong \overline{RQ}$ ,  $\overline{PS} \cong \overline{RS}$   
 المطلوب: إثبات أن  $\triangle PQS \cong \triangle RQS$ .



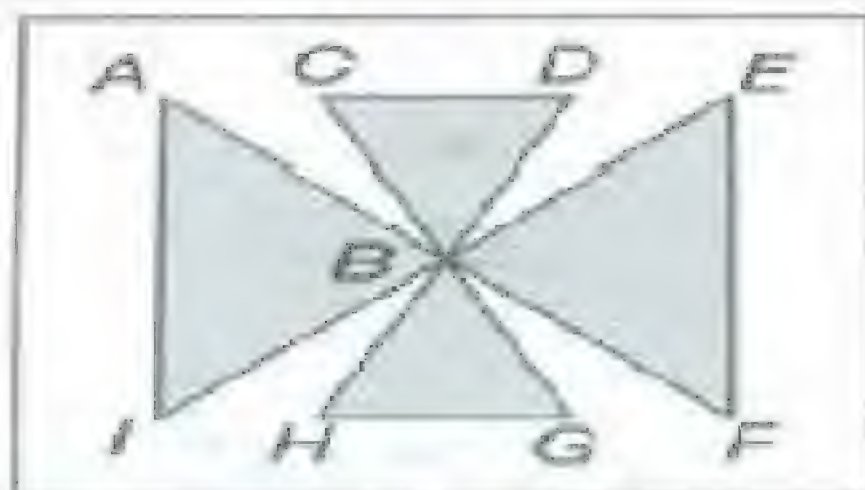
| المبررات   | العبارات   |
|--|--|
| معطيات   | $\angle P \cong \angle R, \angle PSQ \cong \angle RSQ$                 |
| نظرية الزاوية الثالثة                            | $\angle PSQ = \angle RSQ$  |
| معطيات   | $\overline{PQ} \cong \overline{RQ}, \overline{PS} \cong \overline{RS}$ |
| خاصية الانعكاس                                   | $\overline{QS} = \overline{QS}$  |
| العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة | $\triangle PQS \cong \triangle RQS$                                    |



## 6) رسم هندسي: في الرسم المجاور

(a) عيّن المثلثات التي تبدو متطابقة.

(b) سمّ الزوايا المتطابقة والأضلاع المتطابقة لكل مثلثين متطابقين.



$$\triangle ABL \cong \triangle EBF, \triangle CBD \cong \triangle HBG$$

6a

$$\angle A \cong \angle E, \angle L \cong \angle F, \angle ABL \cong \angle EBF$$

6b

$$\overline{AB} \cong \overline{EB}, \overline{BL} \cong \overline{BF}, \overline{AL} \cong \overline{EF}$$

$$\angle C \cong \angle H, \angle D \cong \angle G, \angle CBD \cong \angle HBG$$

$$\overline{CB} = \overline{HB}, \overline{BD} = \overline{BG}, \overline{CD} = \overline{HG}$$



### ٣-٤: إثبات التطابق في حالتين: $SSS, SAS$

### الفصل الثالث:

## Proving Congruence— $SSS, SAS$

حدد ما إذا كان  $\triangle PQR \cong \triangle DEF$  في كل من السؤالين الآتيين وضح إجابتك

(1)  $D(-6, 1), E(1, 2), F(-1, -4), P(0, 5), Q(7, 6), R(5, 0)$

(2)  $D(-7, -3), E(-4, -1), F(-2, -5), P(2, -2), Q(5, -4), R(0, -5)$

الحل

1

بإيجاد أطوال أضلاع كلا المثلثين نجد أن الأضلاع المتناظرة لها الطول نفسه،  
فإنها تكون متطابقة ويكون  
 $\triangle DEF \cong \triangle PQR$

2

بإيجاد أطوال أضلاع كلا المثلثين نجد أن الأضلاع المتناظرة غير متطابقة لذا فإن المثلثين غير متطابقين



### (٣) برهان: اكتب براهاناً تسلسلياً.



المعطيات:  $\overline{RS} \cong \overline{TS}$  ،  $V$  نقطة منتصف  $\overline{RT}$

المطلوب: إثبات أن  $\triangle RSV \cong \triangle TSV$

الحل

3

$\overline{RS} \cong \overline{TS}$   
معطيات

$V$  is the  
midpoint of  $\overline{RT}$ .

معطيات

$\overline{RV} \cong \overline{TV}$

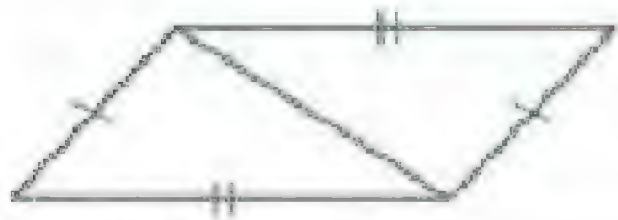
نظرية نقطة المنتصف

$\overline{SV} \cong \overline{SV}$   
خاصية الانعكاس

$\triangle RSV \cong \triangle TSV$   
SSS



المسئمة التي يمكن استعمالها لإثبات تطابق المثلثين في حدد  
كل من الأسئلة الآتية، وإذا لم يكن إثبات تطابقهما ممكنًا، فاكتب  
"غير ممكن":



(6)



(5)



(4)



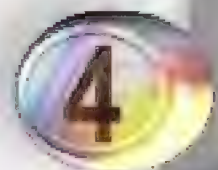
SSS



SSS أو SAS

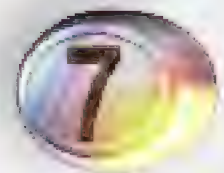


غير ممكن





(7) القياس غير المباشر: رسم حامد مثلثين متطابقين كما في الشكل المجاور لقياس عرض بحيرة صغيرة. كيف يعرف أن الطولين  $AB$ ,  $A'B'$  متساويان؟



$\angle ACB \cong \angle A'CB'$  زاويتين متقابلتين بالرأس

$\overline{AC} \cong \overline{A'C}$ ,  $\overline{BC} \cong \overline{B'C}$  SAS e

$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C \therefore$

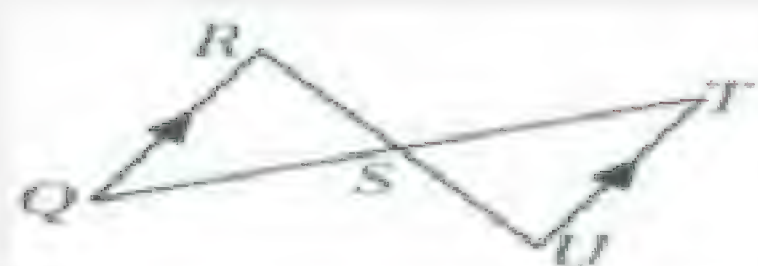
من تعريف التطابق ينتج أن  $AB$  و  $A'B'$  متساويان



## الفصل الثالث ٥-٣ إثبات التطابق في حالتين: ASA, AAS Proving Congruence—ASA, AAS

برهان: اكتب البرهان المحدد في كل من السؤالين الآتيتين:

(1) اكتب برهانًا تسلسليًا.



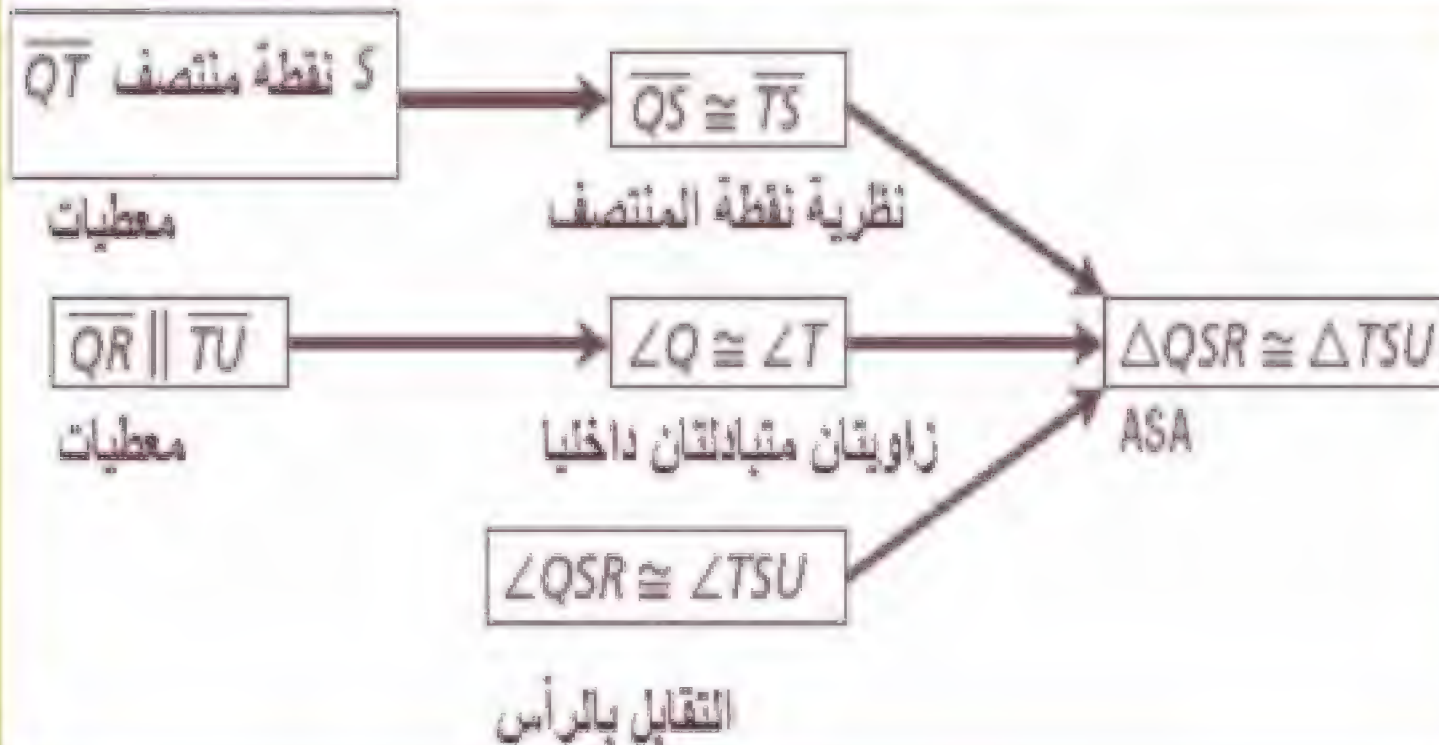
المعطيات:  $S$  نقطة منتصف  $\overline{QT}$  ،  
 $\overline{QR} \parallel \overline{TU}$

المطلوب: إثبات أن  $\triangle QSR \cong \triangle TSU$  .



1

البرهان:





## (2) اكتب برهاناً حراً.

المعطيات:  $\angle D \cong \angle F$ ،  $\overline{GE}$  تنصف  $\angle DEF$ .

المطلوب: إثبات أن  $\overline{DG} \cong \overline{FG}$ .



2

البرهان:

$\overline{GE}$  تنصف  $\angle DEF$  تعريف منصف الزاوية

$$\therefore \angle DEG \cong \angle FEG$$

$$\therefore \angle D = \angle F$$

$\overline{GE} \cong \overline{GE}$  خاصية الانعكاس

$$\therefore \triangle DEG \cong \triangle FEG$$

بحسب المسلمة  $AAS$  العناصر المتناظرة في  
مثلثين متطابقين تكون متطابقة

$$\text{فإن } \overline{DG} \cong \overline{FG}$$



هندسة العمارة: استعمل المعلومات  
الآتية لإجابة عن السؤالين 3,4.  
استعمل مهندس تصميم النافذة المبينة في  
الشكل المجاور عند إعادة هيكلة قاعة للرسم.  
حيث إن  $AB=CB=3\text{FT}$

(3) إذا كانت  $D$  نقطة منتصف  $\overline{AC}$ ، فبيّن ما إذا كان  $\triangle ABD \cong \triangle CBD$  أم لا.  
وفسّر إجابتك.



بما أن  $D$  منتصف  $\overline{AC}$

فإن  $\overline{AD} \cong \overline{DC}$  بحسب نظرية نقطة المنتصف و

كذلك  $\overline{BD} \cong \overline{BD}$  بحسب تعريف تطابق القطع المستقيمة  
وبحسب خاصية الانعكاس

لذلك فإن  $\triangle ABD \cong \triangle CBD$  بحسب  $SSS$



هندسة العمارة: استعمل المعلومات  
الآتية لإجابة عن السؤالين 3,4.  
استعمل مهندس تصميم النافذة المبينة في  
الشكل المجاور عند إعادة هيكلة قاعة للرسم.  
حيث إن  $AB=CB=3\text{FT}$

(4) إذا كانت  $\angle A \cong \angle C$ ، فبين ما إذا كان  $\triangle ABD \cong \triangle CBD$  أم لا. وفسّر إجابتك.



نعلم أن  $\overline{AB} \cong \overline{CB}$

$$\angle A = \angle C$$

ونعلم أيضا أن  $\overline{BD} \cong \overline{BD}$

بحسب خاصية الانعكاس

وبما أنه لا يمكن إثبات تماثل مثلثين في حالة  $SSA$   
لذا لا يمكن الحكم على تطابق المثلثين  $\triangle CBD \cong \triangle ABD$   
في هذه الحالة.





# Isosceles Triangles

استعمل الشكل المجاور للإجابة عن الأسئلة الآتية:

(1) إذا كان  $\overline{RV} \cong \overline{RT}$  ، فسمّ زاويتين متطابقتين .

(2) إذا كان  $\overline{RS} \cong \overline{SV}$  ، فسمّ زاويتين متطابقتين .

(3) إذا كانت  $\angle SRT \cong \angle STR$  ، فسمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين .

(4) إذا كانت  $\angle STV \cong \angle SVT$  ، فسمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين .



$$\angle SVB \cong \angle SRV$$



$$\angle RTV \cong \angle RVT$$



$$\overline{ST} \cong \overline{SV}$$



$$\overline{ST} \cong \overline{SR}$$



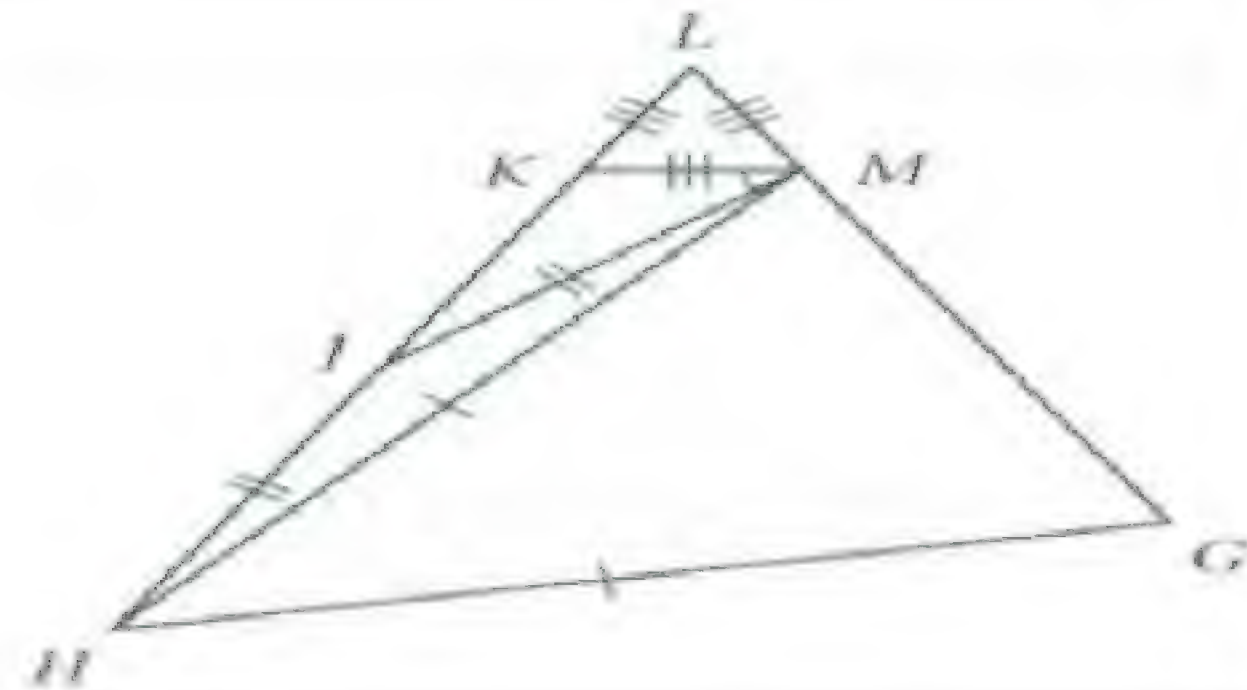


أوجد قياس كل مما يأتي، علماً بأن  $\angle HMK = 50^\circ$  :

$m\angle HMG$  (6)

$m\angle KML$  (5)

$m\angle GHM$  (7)



$$m\angle HMG = (180 - (50 + 60)) = 70^\circ$$



$$m\angle KML = 60^\circ$$



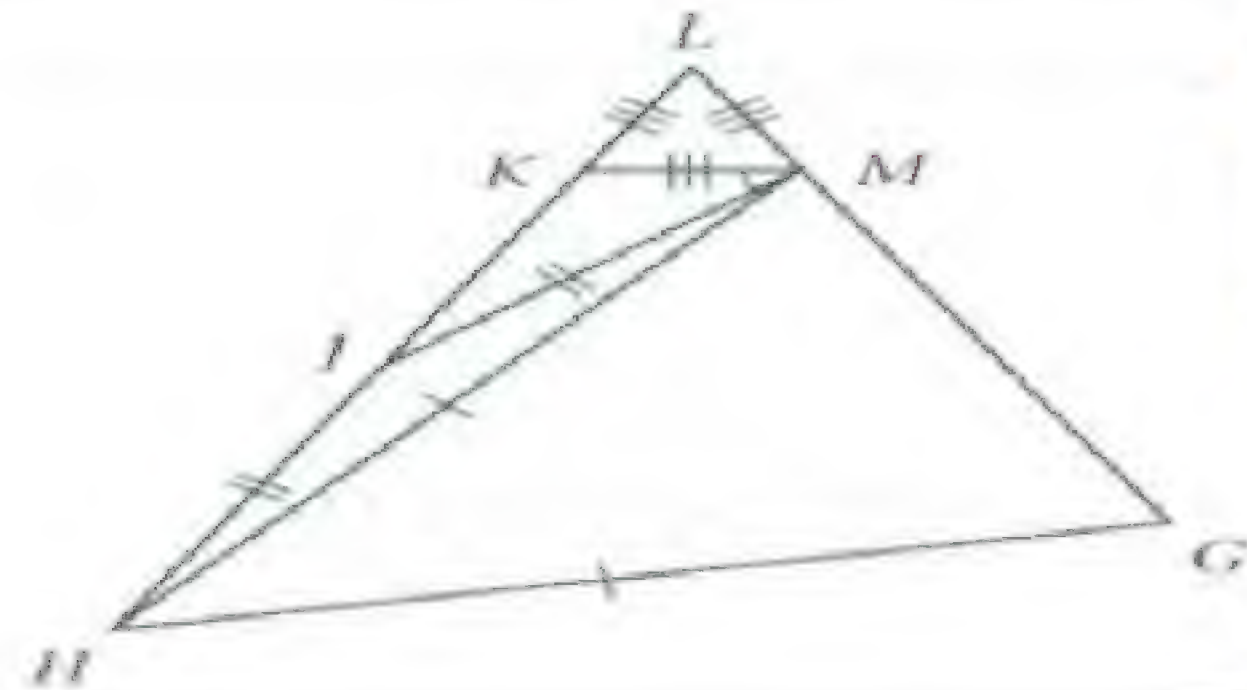
$$m\angle GHM = (180 - (70 + 70)) = 40^\circ$$





٨) إذا كان  $m\angle HJM = 145^\circ$ ، فأوجد  $m\angle MHJ$

الحل



$$\therefore \overline{JM} = \overline{JH}$$

$$\therefore m\angle JHM = m\angle MHJ$$

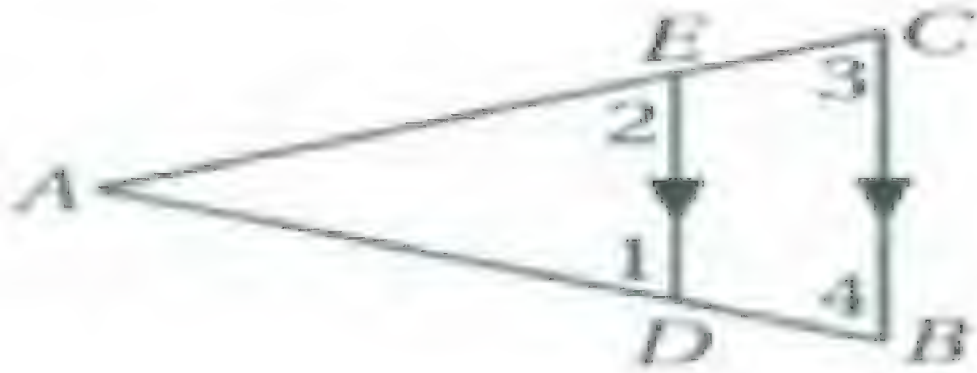
$$\therefore m\angle HJM = 145^\circ$$

$$\therefore m\angle MHJ = (180 - 145) \div 2$$

$$\therefore m\angle MHJ = 17,5$$



## (9) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين.



المعطيات:  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

$$\angle 1 \cong \angle 2$$

المطلوب: إثبات أن  $\overline{AB} \cong \overline{AC}$



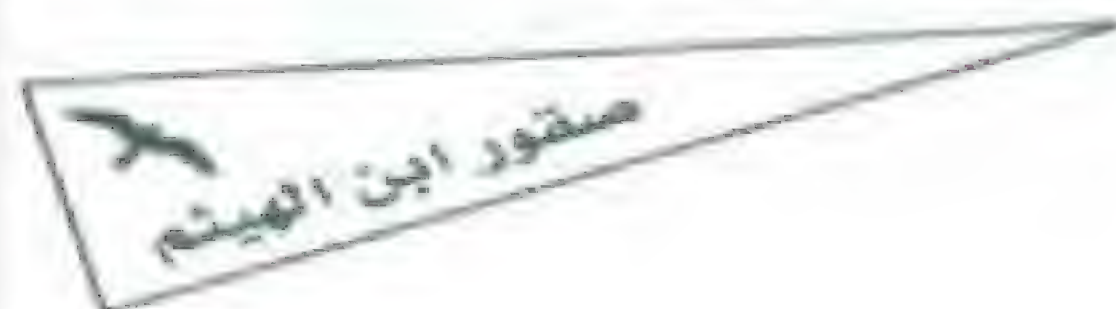
9

البرهان:

| المبررات   | العبارات   |
|--|--|
| معطيات   | $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$                |
| الزاويتان المتناظرتان متطابقتان  | $\angle 1 \cong \angle 4$<br>$\angle 2 \cong \angle 3$ |
| معطي   | $m \angle 1 = m \angle 2$                              |
| تطابق الزوايا  | $m \angle 3 = m \angle 4$                              |
| إذا تطابقت زاويتان في مثلث فان الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين متطابقان | $\overline{AB} \cong \overline{AC}$                    |



10) رياضة: راية فريق كرة القدم في مدرسة ابن الهيثم الثانوية على شكل مثلث متطابق الضلعين، إذا كان قياس زاوية رأس المثلث 18، فأوجد قياس كل من زاويتي القاعدة.



بما أن قياس زاوية الرأس = 18

إذاً قياس زاويتي القاعدة =  $180 - 18 = 162$

بما أن المثلث متطابق الضلعين

إذاً زاويتي القاعدة متساويتين

قياس الزاوية الواحدة =  $162 \div 2 = 81$

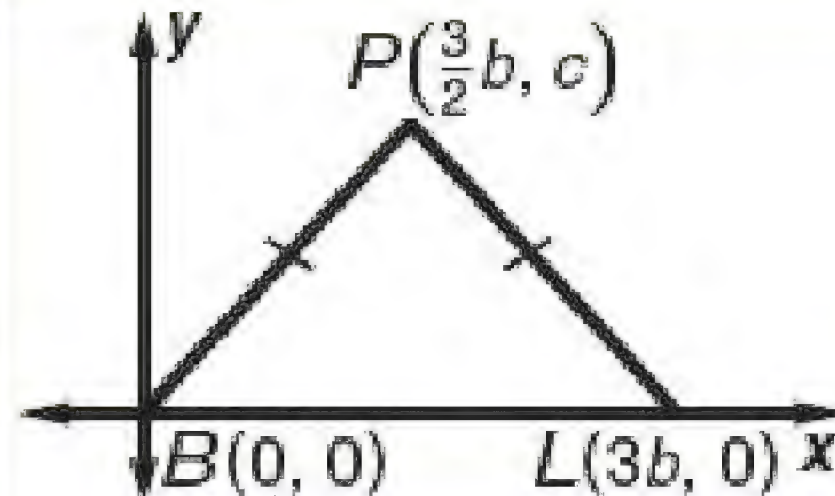




# Triangles and Coordinate Proof

مثل كلا من المثلثين الآتيين في المستوى الإحداثي  
واكتب إحداثيات رؤسهما.

(1)  $\triangle BLP$  متطابق الضلعين،  
وطول قاعدته  $BL$  يساوي  $3b$  وحدة.

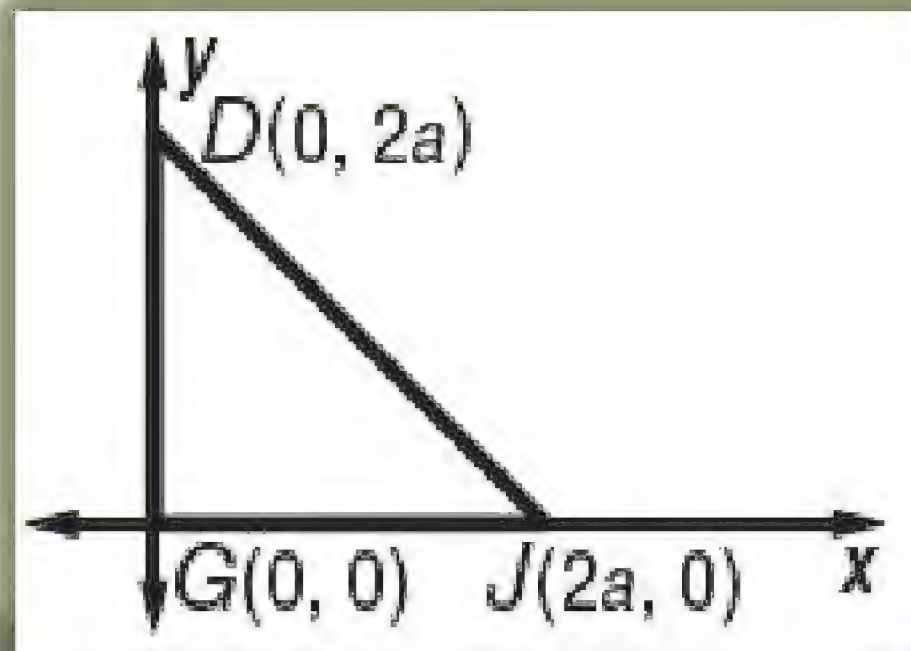




# Triangles and Coordinate Proof

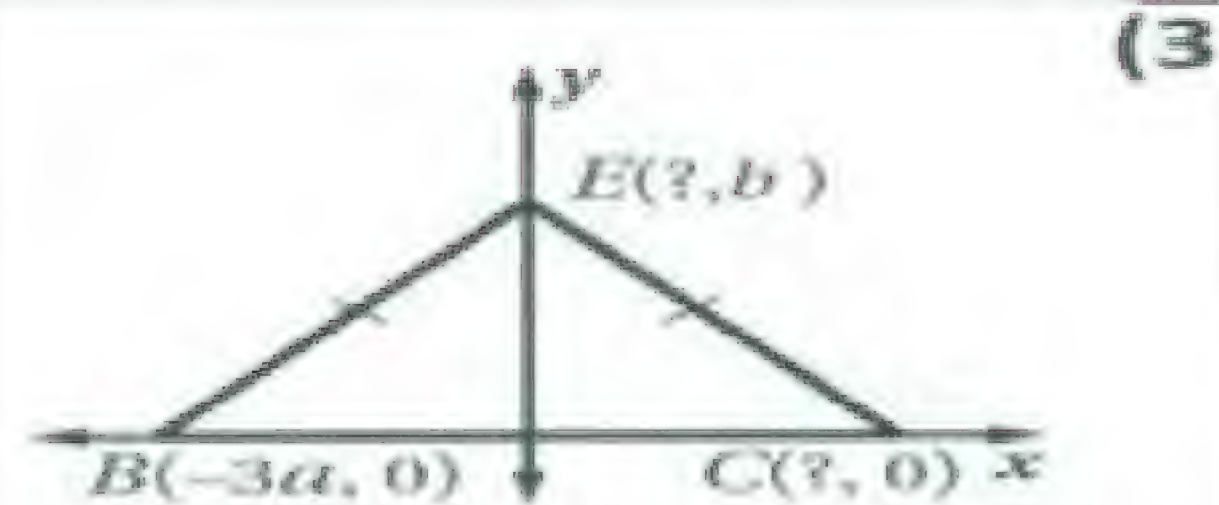
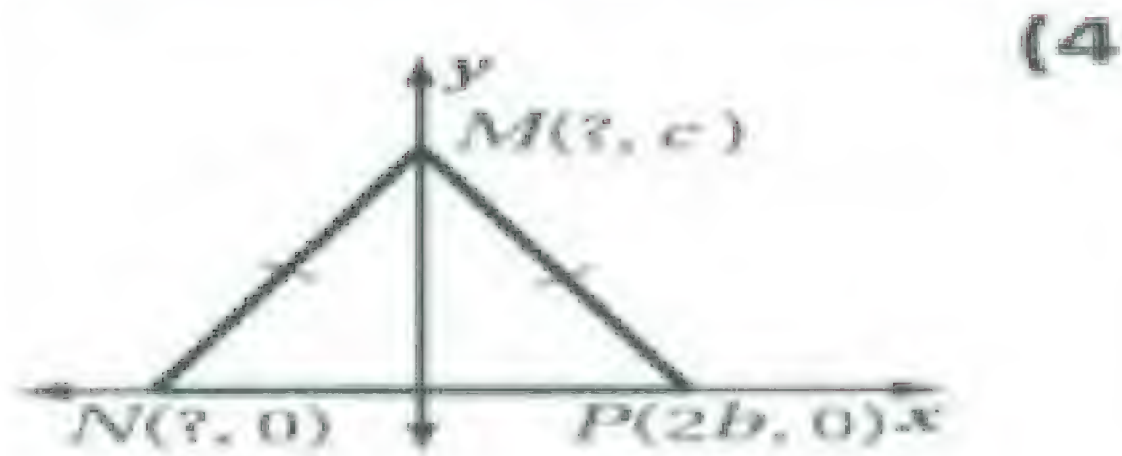
مثل كلا من المثلثين الآتيين في المستوى الإحداثي  
واكتب إحداثيات رؤسهما.

(2)  $\triangle DGJ$  قائم الزاوية ومتطابق الساقين،  
وتره  $\overline{DJ}$ . وطول كل من ساقيه  $2a$  وحدة.

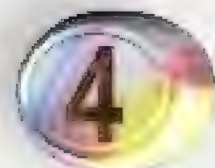




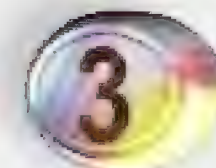
# أوجد الإحداثيات المجهولة في كل من المثلثين الآتيين:



**$M(0, c), N(-2b, 0)$**



**$C(3a, 0), E(0, b)$**

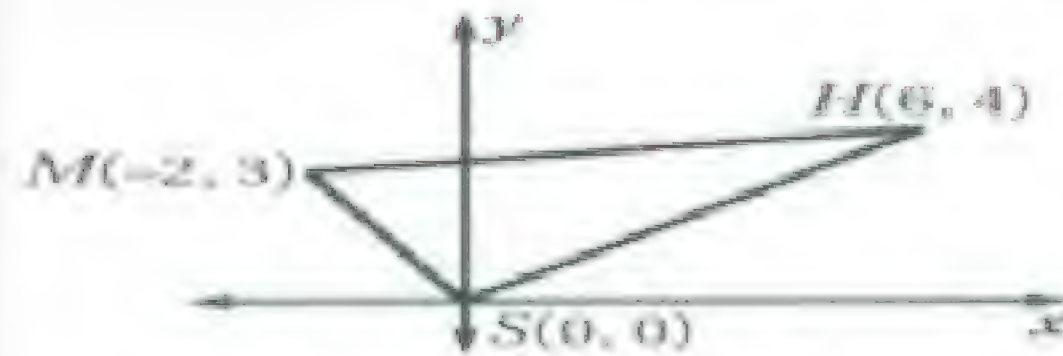




## اتجاهات استعمال المعلومات التالية لحل السؤالين 5,6:

تقع مدرسة كمال عند تقاطع الشارعين المتعامدين  $x, y$ ، ويقع منزله على بعد 6km شرق الشارع  $y$ ، 4km شمال الشارع  $x$ ، ويقع مسجد الحي الذي يعيش فيه كمال على بعد 2km غرب الشارع  $y$ ، 3km شمال الشارع  $x$ .

(5) برهان، اكتب برهاناً إحدائياً لإثبات أن منزل كمال ومدرسته والمسجد تشكل رؤوس مثلث قائم الزاوية.



المعطيات:  $\triangle SHM$

المطلوب: إثبات أن  $\triangle SHM$  قائم الزاوية.

$$SH = \frac{4-0}{6-0} = \frac{2}{3}$$

$$SM = \frac{3-0}{-2-0} = -\frac{3}{2}$$

وبما أن حاصل ضرب ميليهما يساوي

**1- فان  $SH \perp SM$**

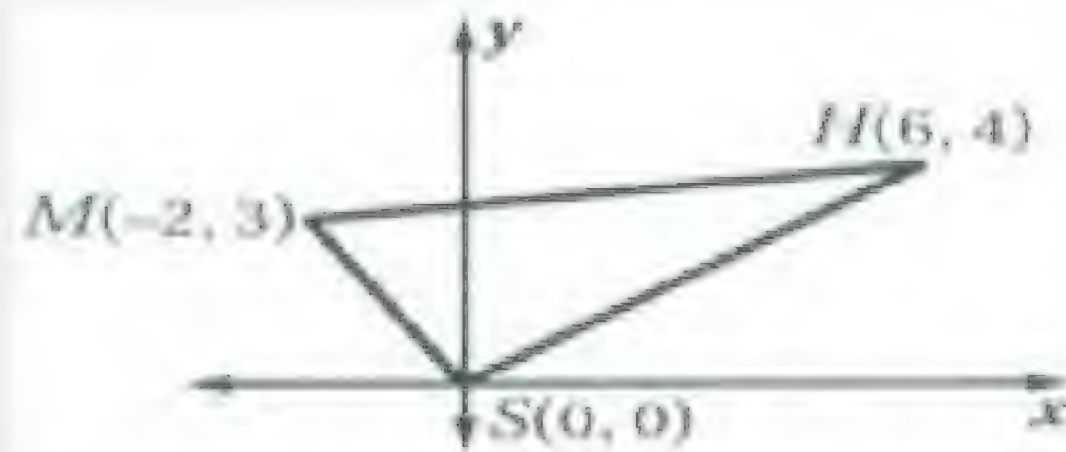
لذا فان  $\triangle SHM$  قائم الزاوية



البرهان:



(6) أوجد المسافة بين منزل كمال والمسجد.



البرهان:

$$HM = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

$$HM = \sqrt{(-2 - 6)^2 + (3 - 4)^2} = \sqrt{64 + 1} = \sqrt{65}$$

$$HM = 8.1$$

المسافة بين منزل كمال والمسجد 8.1 تقريباً



٤-١ المنصفات في المثلث  
*Bisectors of Triangles*

أوجد كل قياس مما يأتي:

VU (2)



$$7x + 2 = 3x + 10$$

$$x = 2$$

$$3(2) + 10 = 16$$

TP (1)



من المعطيات  $\overline{TJ}$  منصف  $\perp$   $\overline{LP}$

$\overline{TP} = \overline{TL}$  نظرية العمود المنصف

$$TP = 7$$





# أوجد كل قياس مما يأتي:

$\angle NJZ$  (4)

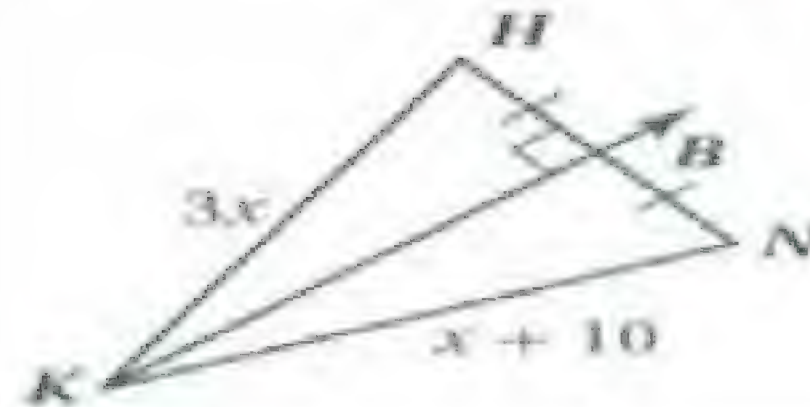


$$\triangle NIJ \cong \triangle NZJ \text{ AAs}$$

$$\angle NJZ \cong \angle NJI$$

$$m\angle NJZ = 38^\circ$$

KN (3)



$$3x = x + 10$$

$$x = 5$$

$$KN = x + 10 = 5 + 10$$

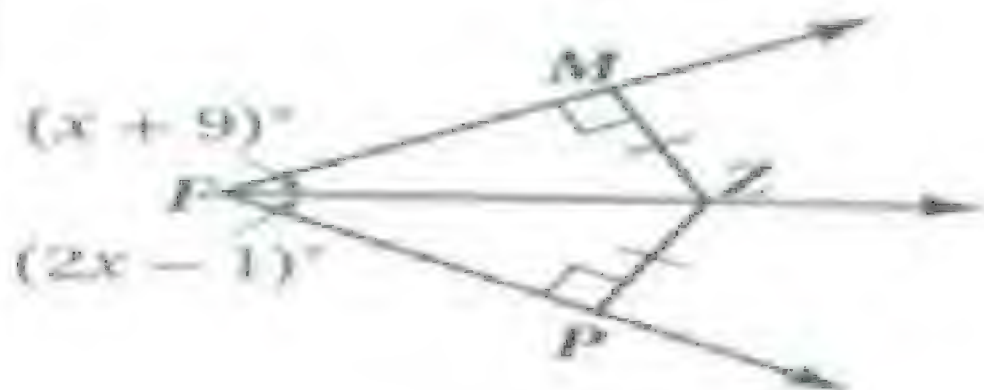
$$KN = 15$$



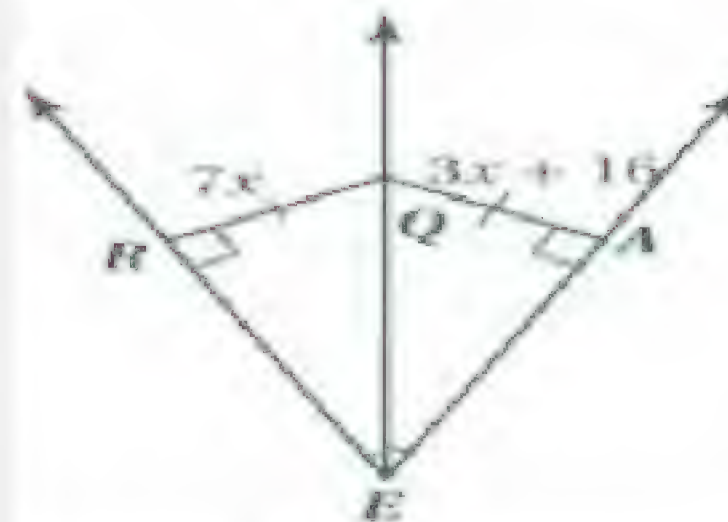


أوجد كل قياس مما يأتي:

$\angle MFZ$  (6)



QA (5)



٦

$\angle MFZ = \angle PFZ$  عكس نظرية منصف الزاوية

$$x + 9 = 2x - 1$$

$$x = 10$$

$$m\angle MFZ = 10 + 9 = 19$$

٥

$$3x + 16 = 7x$$

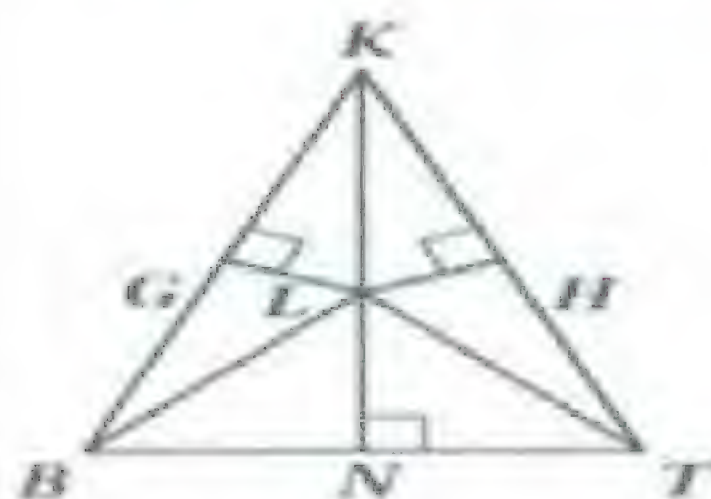
$$x = 4$$

$$QA = 3x + 16 = 3(4) + 16$$

$$QA = 28$$



النقطة  $L$  مركز الدائرة الخارجية لـ  $\Delta BKT$  .  
 اكتب جميع القطع المستقيمة التي تطابق القطعة المعطاة في  
 كل سؤال مما يأتي:



$\overline{BN}$  (7

$\overline{BL}$  (8



$$\overline{BN} \cong \overline{NT}$$

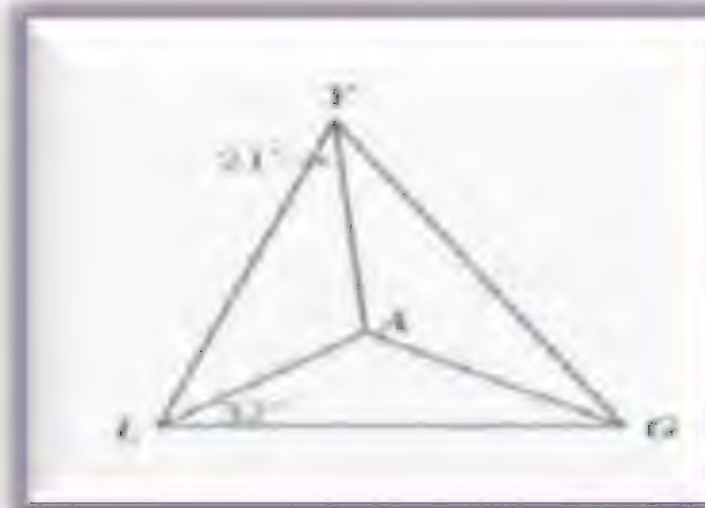


$$\overline{BL} \cong \overline{KL} \cong \overline{LT}$$





إذا كانت النقطة A مركز الدائرة الداخلية لـ  $\triangle YGA$  ،  
 فأوجد قياس كل من الزاويتين الآتيتين:



$$\angle YLA \quad (9)$$

$$\angle YGA \quad (10)$$

الحل

$\angle YLA = \angle GLA$  نظرية مركز الدائرة الداخلية للمثلث

$$m \angle YLA = 32$$

$$m \angle LYG = 2m \angle LYA = 42$$

$$m \angle YLG = 2m \angle GLA = 64$$

$$m \angle YGL = 180 - (64 + 42) = 74$$

$$m \angle YGA = \frac{1}{2} (74) = 37$$



**11) هندسة:** حديقة منزلية مثلثة الشكل قياسات زواياها 60,70,50. ويريد مهندس زراعي أن يثبت عمود إنارة في مكان يكون على أبعاد متساوية من حواف الحديقة. فكيف يمكنه تعيين موقع العمود؟

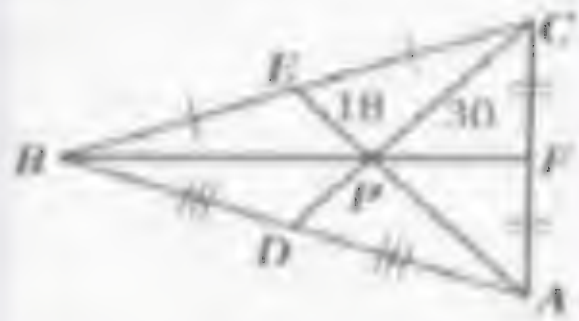


**يعين مركز الدائرة الداخلية لمثلث وهو نقطة تقاطع  
منصفات زوايا المثلث.**



٢-٤ القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث  
Medians and Altitudes of triangle

إذا كانت النقطة  $p$  مركز  $\triangle ABC$ ، و  $BF = EP, CP = 39 = 18$ ، فأوجد طول كل مما يأتي:



$BP$  (3

$FP$  (2

$PD$  (1

$EA$  (6

$PA$  (5

$CD$  (4



$$FP = \frac{1}{3} FB = \frac{1}{3} (39) = 13$$



$$DP = \frac{1}{2} PC = 15$$



$$CD = DP + PC = 15 + 30 = 45$$



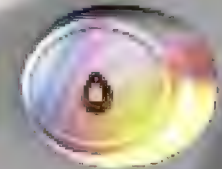
$$BP = \frac{2}{3} (39) = 26$$



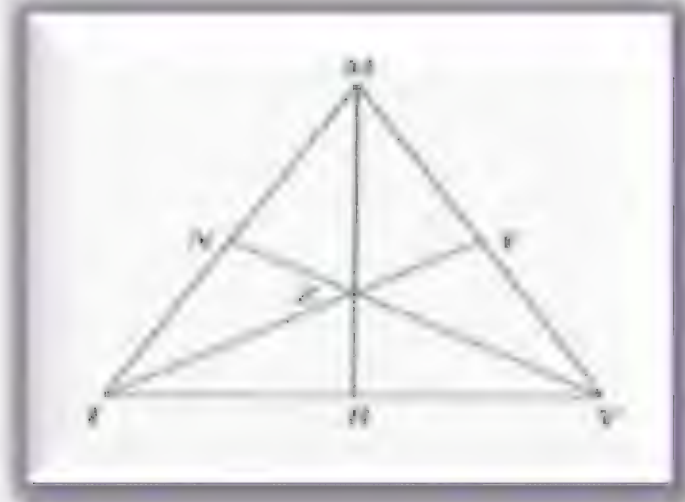
$$EA = EP + AP = 36 + 18 = 54$$



$$PA = 2 EP = 2 \times 18 = 36$$







إذا كانت النقطة Z مركز  $\triangle MIV$ ، و  $MI = 186$ ،  $NI = 12$ ،  $MZ = NZ$ ، فأوجد طول كل مما يأتي:

$MR$  (9

$YZ$  (8

$ZR$  (7

$IZ$  (12

$NV$  (11

$ZV$  (10



$$YZ = \frac{1}{3} YI = \frac{1}{3} (18) = 6$$



$$ZR = \frac{1}{2} MZ = \frac{1}{2} (6) = 3$$



$$ZV = 2NZ = 2 \times 12 = 24$$



$$MR = MZ + ZR = 6 + 3 = 9$$



$$IZ = \frac{2}{3} YI = \frac{2}{3} (18) = 12$$



$$NV = NZ + ZV = 12 + 24 = 36$$



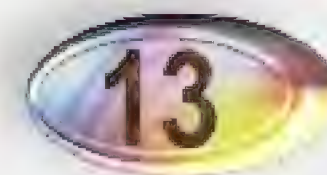


13) هندسة إحداثية: أوجد إحداثيات مركز المثلث الذي رؤوسه:  $I(3,1), J(6,3), K(3,5)$

إحداثيان مركز المثلث هي  $\left( \frac{I_x + J_x + K_x}{3}, \frac{I_y + J_y + K_y}{3} \right)$

$$\left( \left( \frac{3 + 6 + 3}{3} \right), \left( \frac{1 + 3 + 5}{3} \right) \right)$$

$$(4, 3)$$





# (14) هندسة إحداثية: أوجد إحداثيات ملتقى ارتفاعات المثلث الذي رؤوسه $S(0,0)$ , $T(3,3)$ , $U(3,6)$



14

إيجاد معادلة الارتفاع من  $T$  إلى  $SU$ :

$$\text{ميل } SU = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 0}{3 - 0} = 2 \text{ إذن ميل العمودي } = -2$$

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = -2x + 6$$

$$Y = -2x + 9$$

إيجاد معادلة الارتفاع من  $U$  إلى  $ST$ :

$$\text{ميل } ST = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 0}{3 - 0} = 1 \text{ إذن ميل العمودي } = -1$$

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

$$y - 6 = -x + 3$$

$$y = -x + 9$$

بحل المعادلتين لإيجاد تقاطعهما بالطرح

نقطة التقاطع  $(0,9)$  وهي إحداثي ملتقى ارتفاعات المثلث.



15) تزيين: يريد نبيل أن يزين حديقة بيته بتثبيت أعمدة وتعليق قطعة من الصفيح الملون مثلثة الشكل على كل عمود، على أن تبقى سطوح هذه القطع موازية لسطح الأرض، فكيف يعين نبيل نقطة التعليق لكل مثلث؟



يجب أن يعلق كل مثلث عند نقطة التقاء القطع المتوسطة.



## الفصل الرابع ٣-٤ المتباينات في المثلث

### Inequalities in one Triangle

حدد الزاوية التي لها أكبر قياس في كل من الأسئلة الآتية مستعملا بالشكل المجاور:



(3)  $\angle 2, \angle 3, \angle 7$

(1)  $\angle 1, \angle 3, \angle 4$

(4)  $\angle 7, \angle 8, \angle 10$

(2)  $\angle 4, \angle 8, \angle 9$



$\angle 4$  زاوية خارجة



$\angle 1$  زاوية خارجة



$\angle 10$  زاوية خارجة



$\angle 7$  زاوية خارجة





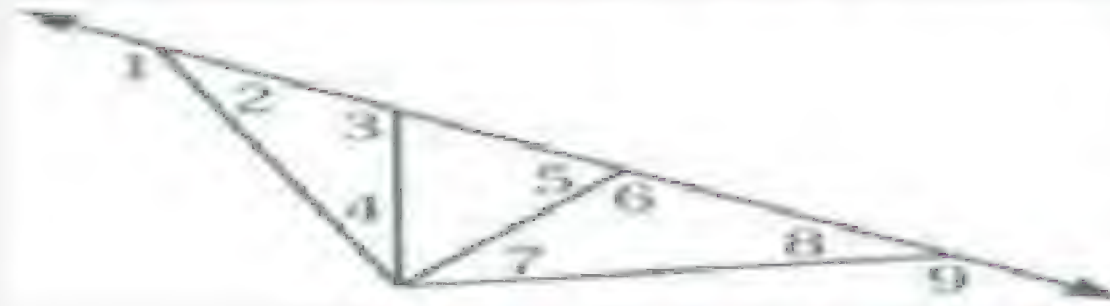
استعمل نظرية متباينة الزاوية الخارجية لكتابة جميع الزوايا  
المترقمة التي تحقق الشرط المعطى في كل من الأسئلة  
الآتية:

(5) قياسها أقل من  $m\angle 1$ .

(6) قياسها أقل من  $m\angle 3$ .

(7) قياسها أكبر من  $m\angle 7$ .

(8) قياسها أكبر من  $m\angle 2$ .



$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 7, \angle 8$

5

$\angle 5, \angle 7, \angle 8$

6

$\angle 1, \angle 3, \angle 5, \angle 9$

7

$\angle 6, \angle 9$

8



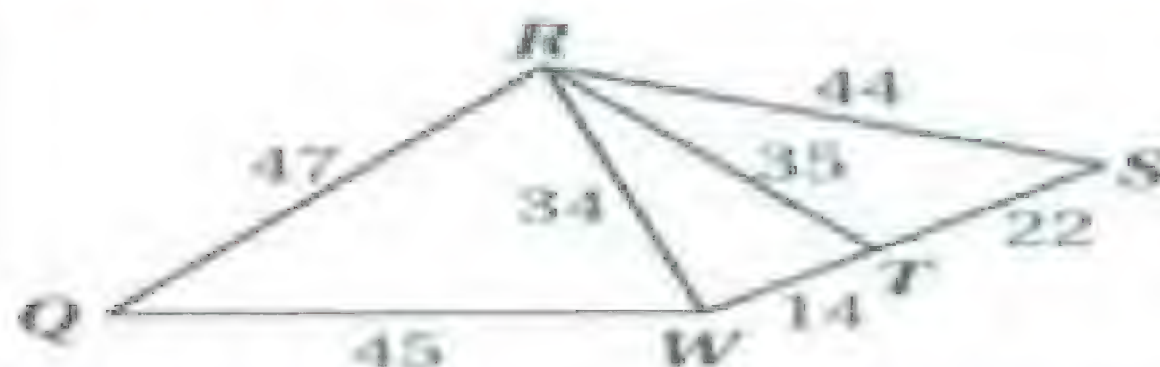
مستعملا الشكل المجاور، حدد العلاقة بين قياسي الزاويتين  
في كل من الأسئلة الآتية:

$\angle RTW, \angle TWR$  (10

$\angle QRW, \angle RWQ$  (9

$\angle WQR, \angle QRW$  (12

$\angle RST, \angle TRS$  (11



$\therefore RW < TR$   
 $\therefore m\angle RTW < m\angle TWR$

10

$\therefore RQ > QW$   
 $\therefore m\angle QRW < m\angle RWQ$

9

$\therefore WR < QW$   
 $\therefore m\angle WQR < m\angle QRW$

12

$\therefore RT > ST$   
 $\therefore m\angle RST > m\angle TRS$

11



مستعملا الشكل المجاور، حدد العلاقة بين طولي كل  
قطعتين مستقيمتين في كل من الأسئلة الآتية:

$\overline{DE}, \overline{DG}$  (14

$\overline{DH}, \overline{GH}$  (13

$\overline{DE}, \overline{EG}$  (16

$\overline{EG}, \overline{FG}$  (15



$$\begin{aligned} m\angle DGE &= 113 - 48 = 65^\circ \\ m\angle DEG &= 180 - 113 = 67^\circ \\ \therefore m\angle DEG &> m\angle DGE \\ \therefore \overline{DE} &< \overline{DG} \end{aligned}$$

14

$$\begin{aligned} \therefore m\angle GDH &= 180 - (120 + 32) = 28^\circ \\ \therefore m\angle DGH &> m\angle GDH \\ \therefore \overline{DH} &> \overline{GH} \end{aligned}$$

13

$$\begin{aligned} m\angle EGD &= 113 - 48 = 65^\circ \\ \therefore m\angle EGD &> m\angle EDG \\ \therefore \overline{DE} &> \overline{EG} \end{aligned}$$

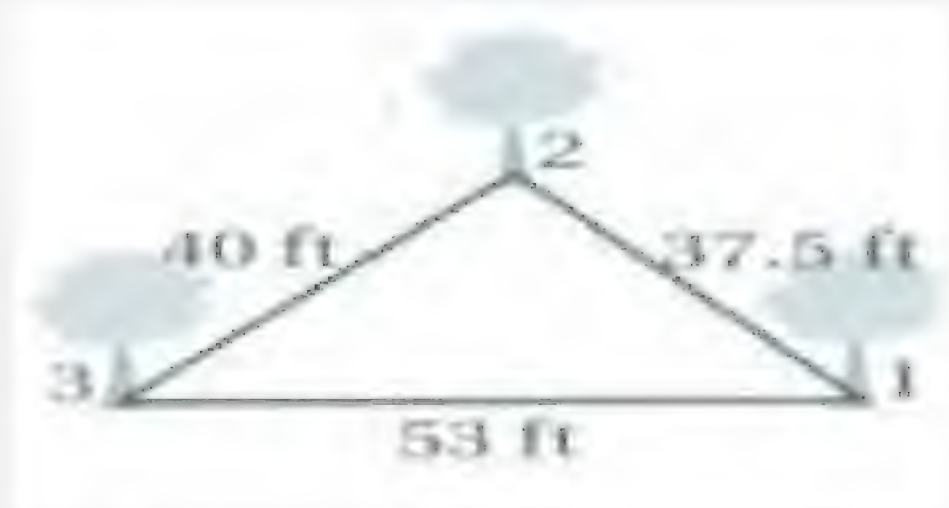
16

$$\begin{aligned} m\angle EFG &= 180 - (133 + 17) = 30^\circ \\ \therefore m\angle EFG &< m\angle FEG \\ \therefore \overline{EG} &< \overline{FG} \end{aligned}$$

15



17) حديقة: يبين الشكل المجاور مواقع ثلاث شجرات في حديقة. عند أي شجرة تكون الزاوية هي الأكبر؟



$$\because 53 > 40 > 37.5$$

17

∴ الشجرة 2 تقابل الزاوية الأكبر



# Indirect Proof

اكتب الافتراض الذي تبدأ به برهاننا غير مباشر لكل عبارة مما يأتي:

(1)  $\overline{BD}$  تنصف  $\angle ABC$ .

(2)  $RT = TS$



$\angle B D$  لا تنصف  $\angle A B C$

$T S \neq R T$





اكتب برهاناً غير مباشر لكل من العبارتين الآتيتين:

(3) المعطيات:  $-4x + 2 < -10$

المطلوب:  $x > 3$



الخطوة الأولى: نفرض أن  $x \leq 3$ .

الخطوة الثانية: إذا كانت  $x \leq 3$ ،  
فإن  $-4x \geq -12$  يعني أن  $-4x + 2 \geq -10$   
الذي يتعارض مع المتباينة المعطاة

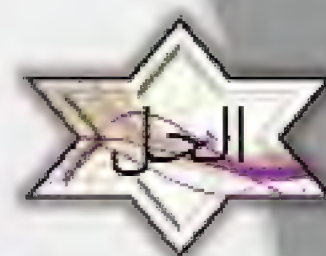
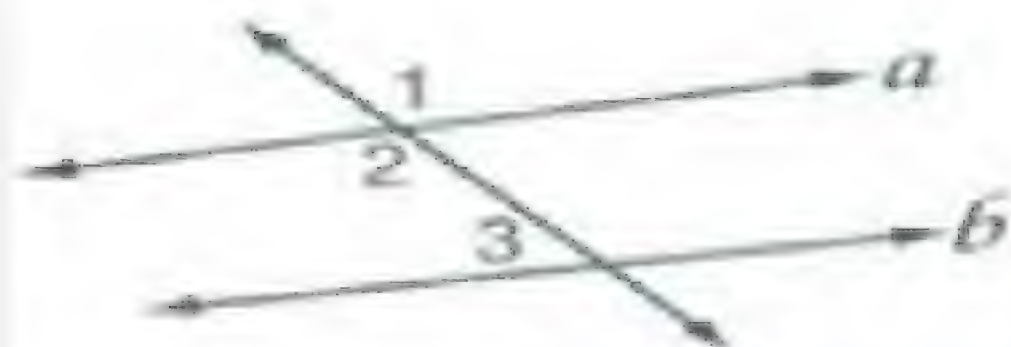
الخطوة الثالثة: حيث افترض أن  $x \leq 3$  يؤدي  
إلى التناقض، يجب أن يكون صحيحاً أن  $x > 3$



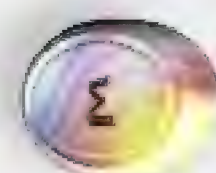
البرهان:



(4) المعطيات،  $m\angle 2 + m\angle 3 \neq 180$   
المطلوب،  $a \nparallel b$



الخطوة الأولى: نفرض أن  $a \nparallel b$



البرهان:

الخطوة الثانية: إذا كان  $a \nparallel b$ ، الزوايا الداخلية المتحالفة  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  هي متكاملتان. وبالتالي هذا يتناقض المعطيات أن  $m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$

الخطوة الثالثة: حيث الافتراض يؤدي إلى التناقض، إذن الفرض  $a \nparallel b$  غير صحيح. وبالتالي، يجب أن يكون  $a \parallel b$  صحيح.



5) فيزياء: تبلغ سرعة الصوت في الهواء نحو  $344\text{m}$  في الثانية عندما تكون درجة الحرارة  $20\text{ C}$ ، إذا علمت أن عبد الله يسكن على بعد  $2\text{Km}$  من مركز إطلاق صفارة الإنذار، وسمع صفارة الإنذار العامة الصادرة منه بعد  $5\text{s}$ ، فكيف يمكنك إثبات أن درجة الحرارة لم تكن  $20\text{ C}$  عندما سمع عبد الله صوت الصفارة باستعمال البرهان غير المباشر؟



افتراض أن درجة الحرارة كانت  $20^{\circ}\text{C}$  عندما سمع عبد الله صوت الصفارة و بما أن صوت الصفارة يستغرق أكثر من  $5\text{s}$  حتى يصل أذنه، وهذا يعني بتناقض معطيات المسألة ولذا يكون افتراض أن درجة الحرارة كانت  $20^{\circ}\text{C}$  خطأ وهذه فإن درجة الحرارة لم تكن  $20^{\circ}\text{C}$  عندما سمع صوت صفارة الإنذار.





## The Triangle Inequality

حدد ما إذا كانت كل من القياسات المعطاة تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنًا فوضح السبب.

9 in, 12 in, 18 in



نعم لأن  $9+12 > 18$





# The Triangle Inequality

حدد ما إذا كانت كل من القياسات المعطاة تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنًا فوضح السبب.

8 m, 9 m, 17 m



لا لأن  $8+9 \neq 18$





## The Triangle Inequality

حدد ما إذا كانت كل من القياسات المعطاة تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنًا فوضح السبب.

14 cm, 14 cm, 19 cm



نعم لأن  $14 + 14 > 19$





# The Triangle Inequality

حدد ما إذا كانت كل من القياسات المعطاة تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنًا فوضح السبب.

23 km, 26 km, 50 km



لا لأن  $23 + 26 \neq 50$





# The Triangle Inequality

حدد ما إذا كانت كل من القياسات المعطاة تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنًا فوضح السبب.

32 m, 41 m, 63 m

5



نعم لأن  $32+41 > 63$



# The Triangle Inequality

حدد ما إذا كانت كل من القياسات المعطاة تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنًا فوضح السبب.

2.7 cm, 3.1 cm, 4.3 cm



نعم، لأن  $2.7 + 3.1 > 4.3$



# The Triangle Inequality

حدد ما إذا كانت كل من القياسات المعطاة تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنًا فوضح السبب.

0.7, 1 in, 2.1 in



لا، لأن  $0.7 + 1.4 \not> 2.1$



# The Triangle Inequality

حدد ما إذا كانت كل من القياسات المعطاة تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنًا فوضح السبب.

8

12.3 m, 13.9 m, 25.2 m



نعم، لأن  $12.3 + 13.9 > 25.2$



اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم  
طولا ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:

9

19 ft , 6 ft



$$19 - 6 < n < 19 + 6$$

$$13 < n < 25$$



اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم  
طولا ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:

10

7 km , 29 km



$$29 - 7 < n < 29 + 7$$

$$22 \text{ km} < n < 36 \text{ km}$$



اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم  
طولا ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:

11

13 in , 27 in



$$27 - 13 < n < 27 + 13$$

$$14 \text{ in} < n < 40 \text{ in}$$



اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم  
طولا ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:

12

18 ft , 23 ft



$$23 - 18 < n < 23 + 18$$

$$5 \text{ ft} < n < 41 \text{ ft}$$



اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم  
طولا ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:

13

25 cm , 38 cm



$$38 - 25 < n < 38 + 25$$

$$13\text{yd} < n < 63\text{yd}$$



اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم  
طولا ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:

14

31 cm , 39 cm



$$39 - 31 < n < 39 + 31$$

$$8 \text{ cm} < n < 70 \text{ cm}$$



اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم  
طولا ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:

15

42 m , 6 m



$$42 - 6 < n < 42 + 6$$

$$36 \text{ m} < n < 48 \text{ m}$$



اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم  
طولا ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:

16

54 in , 7 in



$$54 - 7 < n < 54 + 7$$

$$47 \text{ in} < n < 61 \text{ in}$$





(17) المعطيات: النقطة H مركز EDF  
المطلوب:  $EY + FY > DE$

| المعبروات                 | البيانات                        |
|---------------------------|---------------------------------|
| (1) معطى                  | (1) $H$ مركز $\triangle EDF$    |
| (2)                       | (2) $\overline{EY}$ قطعة متوسطة |
| (3) تعريف القطعة المتوسطة | (3)                             |
| (4) تعريف نقطة المنتصف    | (4)                             |
| (5)                       | (5) $EY + DY > DE$              |
| (6)                       | (6) $EY + FY > DE$              |

الحل



| البرهان                   |   |
|---------------------------|---|
| المبررات                  | العبارات  |
| (1) معطى                  | H(1) مركز EDF  |
| (2) تعريف مركز المثلث     | (2) $\overline{EY}$ قطعة متوسطة   |
| (3) تعريف القطعة المتوسطة | (3) $\overline{Y}$ منتصف $\overline{DF}$  |
| (4) تعريف نقطة المنتصف    | (4) $DY = FY$   |
| (5) نظرية متباينة المثلث  | (5) $EY + DY > DE$  |
| (6) بالتعويض              | (6) $EY + FY > DE$  |

## المبررات

## العبارات

(1) معطی

⚠ EDF H(1) مركز

## (2) تعريف مركز الحشيش

**2)  $\overline{EY}$  قطعة متوسطة**

### (3) تعريف القطعة المتوسطة

3) Y منتصف DF

#### (4) تعريف نقطة المنتصف

$$DY = FY \quad (4)$$

### (5) نظرية متباينة المثلث

$$EY + DY > DE(5)$$

(6) بالنعويض

$$EY + FY > DE(6)$$



18) سياج: لدى سفيان 4 قطع خشبية، ويرغب في استعمالها ليصنع نماذج مثلثة الشكل لسياج حديقة. إذا كانت أطوال القطع الخشبية هي: 18in, 12in, 10in, 8in، فما عدد نماذج السياج المختلفة التي يمكن أن يكونها باستعمال ثلاث قطع منها دون قصها؟



3 نماذج.





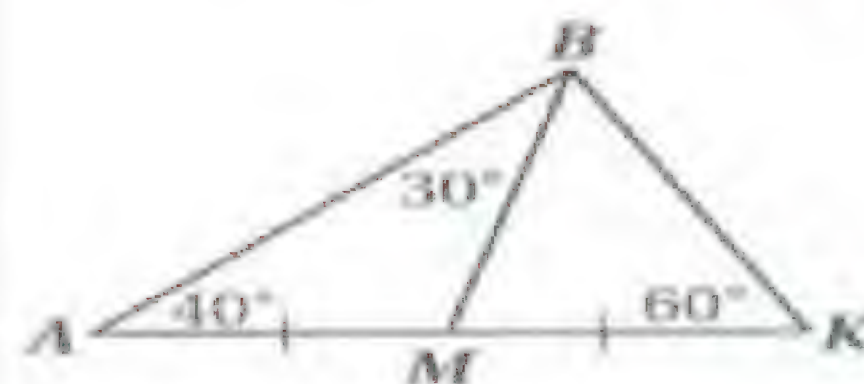
# Triangles Inequalities In Two

قارن بين القياسين المحددين في كل من الأسئلة الآتية:

$ST, SR$  (2)



$AB, BK$  (1)



الحل

$ST > SR$

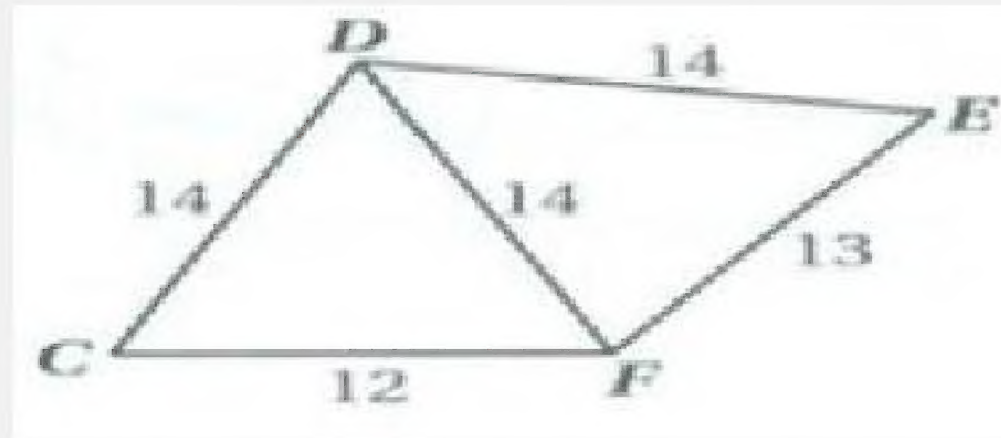
2

$AB > BK$

1



3

 $m\angle CDF, m\angle EDF$ 

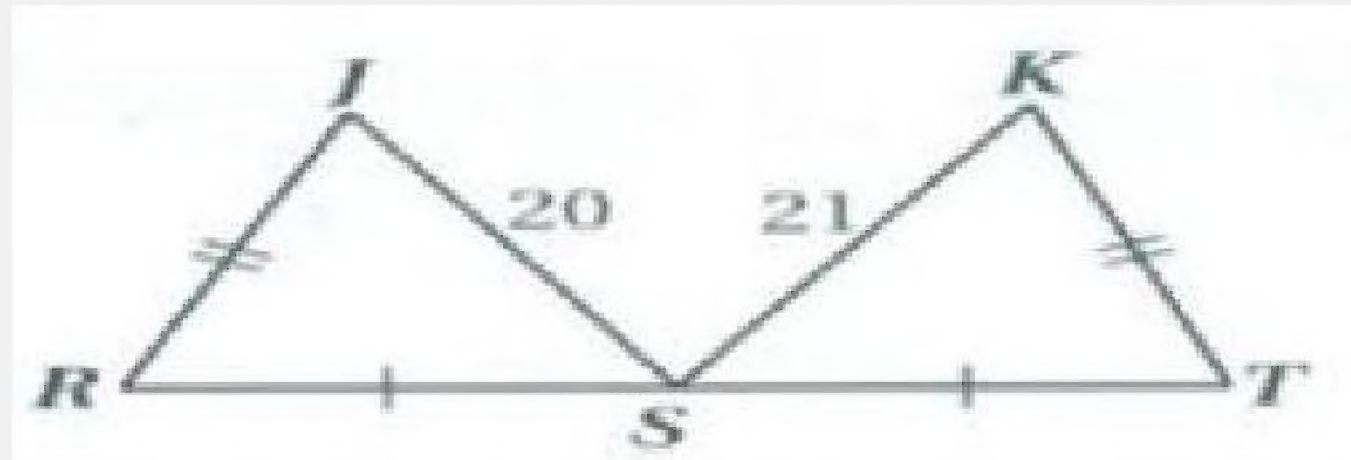
3

 $m\angle CDF > m\angle EDF$



4

$$m\angle R, m\angle T$$



4

$$m\angle R < m\angle T$$

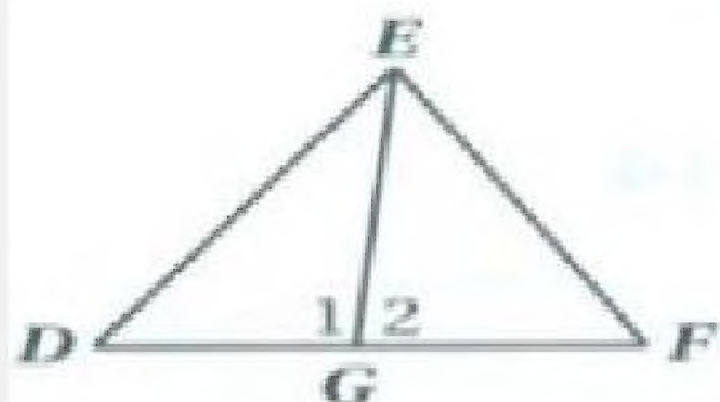
## (5) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين.

(5) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين .

المعطيات:  $G$  نقطة منتصف  $\overline{DF}$

$$m\angle 1 > m\angle 2$$

المطلوب:  $ED > EF$



| البرهان                 |   |
|-------------------------|---|
| المبررات                | العبارات                                |
| (1) معطى                | G(1) منتصف $\overline{DF}$              |
| (2) تعريف نقطة المنتصف  | $\overline{DG} \cong \overline{FG}$ (2) |
| (3) خاصية الانعكاس      | $\overline{EG} \cong \overline{EG}$ (3) |
| (4) معطى                | $m\angle 1 > m\angle 2$ (4)             |
| (5) نظرية المتباينة SAS | $ED > EF$ (5)                           |



6) أدوات: استعمل سلطان زردية كما في الشكل المجاور لإصلاح كرسي. وقد لاحظ أنه عندما تؤثر قوة في المقبضين، فإن الزاوية بينهما تصغر، مما يؤدي إلى تناقص المسافة بينهما. فهل تعد الزردية مثالا على المتباينة SAS أم عكسها؟



مثال على المتباينة SAS